

INSTITUTO SUPERIOR DE ECONOMIA E GESTÃO  
INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL – 2º semestre

26 de junho de 2014

Época de Recurso

Duração: 2 horas

**NOTA:** Justifique todas as suas respostas e apresente os cálculos efetuados

1. Uma fábrica de rações enlatadas vai produzir uma ração que pode conter, no máximo, cinco ingredientes sólidos diferentes: I1, I2, I3, I4 e I5. A quantidade total dos ingredientes I1, I2 e I4 na ração não pode ser inferior à dos ingredientes I3 e I5. Todos os ingredientes têm de ser processados individualmente e o tempo de trabalho semanal disponível para esse efeito é de 9000 horas. Depois de processados, os ingredientes sólidos são misturados com água e com um líquido (mistura de sais e conservantes), de modo a formar uma pasta homogénea. O departamento de compras tem um compromisso de aquisição semanal de um mínimo de 3800 litros desse líquido.

Com o objetivo de determinar a composição mais barata para 500 toneladas da ração foi utilizado o Solver/Excel para resolver o seguinte problema de PL

$$\begin{aligned} \min z &= 7x_1 + 12x_2 + 9x_3 + 8x_4 + 7x_5 \\ \text{s. a } \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - x_5 \geq 0 \\ 22x_1 + 20x_2 + 16x_3 + 20x_4 + 16x_5 \leq 9000 \\ 2x_1 + 20x_2 + 12x_3 + 5x_4 + 8x_5 \geq 3800 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 500 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

onde  $x_j$  representa o nº de toneladas do ingrediente  $I_j$  que a ração contém,  $j = 1, \dots, 5$ .

Ao resolver o problema com o Solver/Excel obtiveram-se os relatórios seguintes:

**Microsoft Excel 15.0 Answer Report**

Objective Cell (Min)

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$G\$7		0	3896,66667

Variable Cells

Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
\$B\$6	x1	0	0	Contin
\$C\$6	x2	0	36,6666667	Contin
\$D\$6	x3	0	0	Contin
\$E\$6	x4	0	213,333333	Contin
\$F\$6	x5	0	250	Contin

Constraints

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$G\$2		0	\$G\$2>=\$I\$2	Binding	0
\$G\$3		9000	\$G\$3<=\$I\$3	Binding	0
\$G\$4		3800	\$G\$4>=\$I\$4	Binding	0
\$G\$5		500	\$G\$5=\$I\$5	Binding	0

**Microsoft Excel 15.0 Sensitivity Report**

Variable Cells

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$6	x1	0	0	7	0,2	1E+30
\$C\$6	x2	36,667	0	12	1	4
\$D\$6	x3	0	0,9333	9	1E+30	0,93333
\$E\$6	x4	213,33	0	8	4	0,16667
\$F\$6	x5	250	0	7	0,9333	1E+30

Constraints

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$G\$2		0	1,1	0	0	133,333
\$G\$3		9000	-0,1	9000	355,56	0
\$G\$4		3800	0,2667	3800	3200	550
\$G\$5		500	7,5667	500	0	18,1818

- (1,0 valor) Explique o significado de todos os parâmetros da segunda restrição;
- (2,0 valores) Com base no Answer Report, faça um pequeno relatório contendo toda a informação relevante;
- (1,5 valores) O ingrediente 3 está em promoção, tendo uma redução de 10% no seu custo. Quais as consequências exatas desta alteração?

d) (1,5 valores) Afinal foi libertado mais tempo para processar os ingredientes, passando a dispor de 9300 horas semanais. Como virá afetado o custo da ração?

e) (2,5 valores) No contexto da PL, inteira, binária ou mista, apresente as alterações à formulação original de modo a considerar as seguintes condições adicionais :

- (i) A ração não pode conter mais de três ingredientes diferentes,
- (ii) Se o ingrediente 1 não fizer parte da ração, o ingrediente 4 também não poderá fazer,
- (iii) O processamento do ingrediente 2 tem um custo fixo de 1000.

## 2. Considere o problema

$$\begin{aligned} \max z &= 4x_1 + x_2 \\ \text{s. a: } &\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 + 2x_2 \leq 9 \\ 3x_1 + x_2 \leq 12 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

- a) (2,0 valores) Faça uma iteração do algoritmo do simplex e classifique a solução obtida;
- b) (1,5 valores) Resolva-o graficamente;
- c) (1,5 valores) Indique uma nova função objetivo, para a qual o problema tenha soluções ótimas alternativas, apresentando todas as soluções ótimas e respetivo valor ótimo;
- d) (2,5 valores) Escreva o dual do problema dado e usando as relações de complementaridade, determine uma solução ótima desse dual.

3. (4,0 valores) Uma escola de formação profissional em hotelaria tem quatro centros de formação espalhados pelo país: CN, CS, CE e CW. O curso com mais procura é lecionado em todos os centros e inclui um estágio por aluno, que será feito num dos hotéis candidatos: HA, HB, HC e HD. Atualmente a escola pretende atribuir estágios a 10 alunos do centro CN, 15 de CS, 12 de CE e 13 de CW. Cada hotel pretende receber 15 estagiários e oferece pensão completa gratuita aos seus estagiários. A escola paga um subsídio de deslocação a cada estagiário, que depende da distância do hotel ao centro de formação e que se encontra na tabela

	HA	HB	HC	HD
CN	10	15	20	25
CS	11	15	19	23
CE	12	18	24	30
CW	13	16	19	27

A partir de cada centro não podem ser enviados mais de metade dos alunos para o mesmo hotel e cada hotel tem de receber pelo menos dois terços dos alunos para os quais oferece estágio.

Pretende-se determinar, para cada um dos quatro centros de formação, o número de alunos que irão estagiar em cada um dos hotéis, de modo a minimizar o total que a escola paga em subsídios de deslocação.

Escreva na folha em anexo exatamente o que teria de escrever numa folha excel para resolver este problema com o Solver.